

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 18.07.2023

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

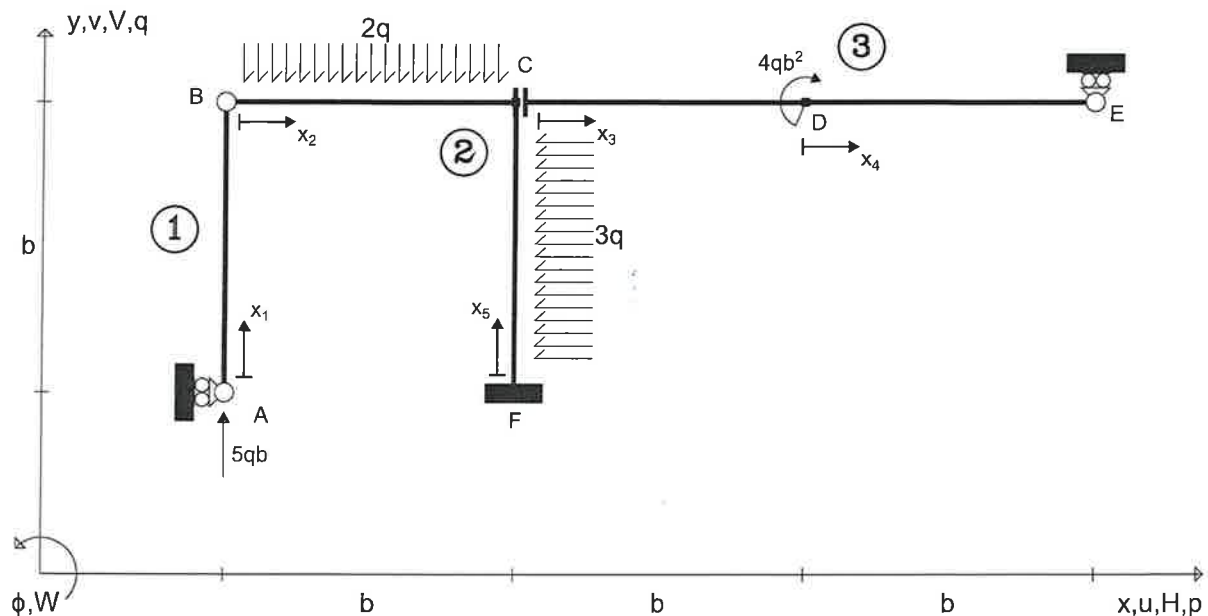
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.07.23*001



Eq. ausiliarie

$$M_{z(B)}^{(1)} = 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(B)}^{(2+3)} = 0$$

$$R_y^{(1+2)} = 0 \quad \text{oppure} \quad R_y^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

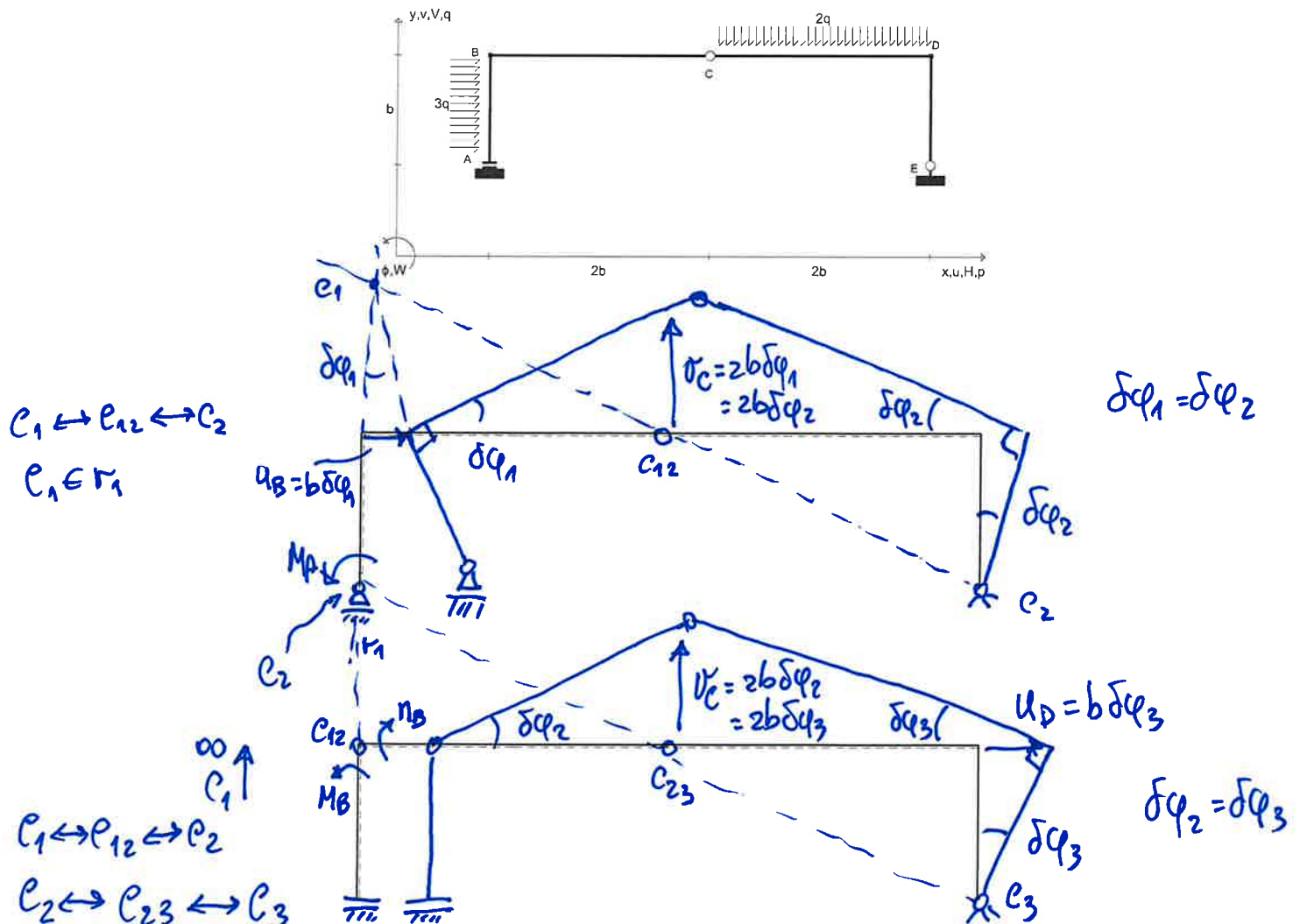
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.07.23*003



$$M_A(\hat{\varphi}) = -\frac{1}{2}qb^2; C_1 = (0, 2b); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (2b, b);$$

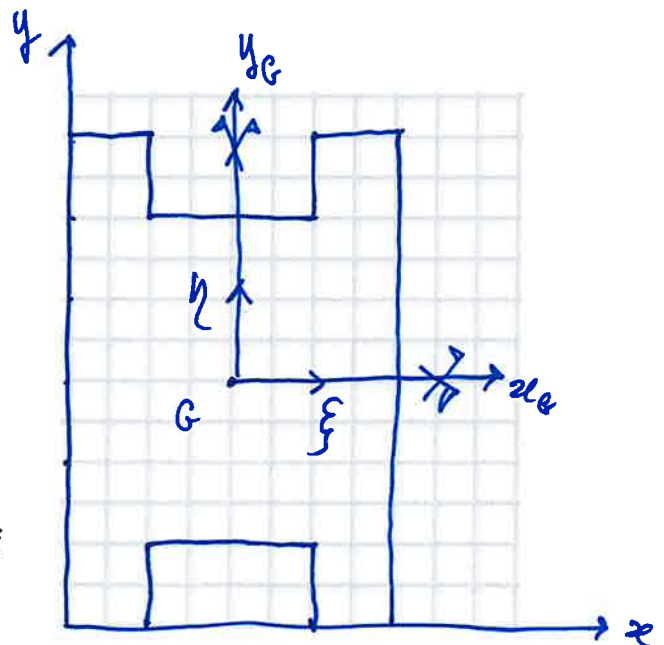
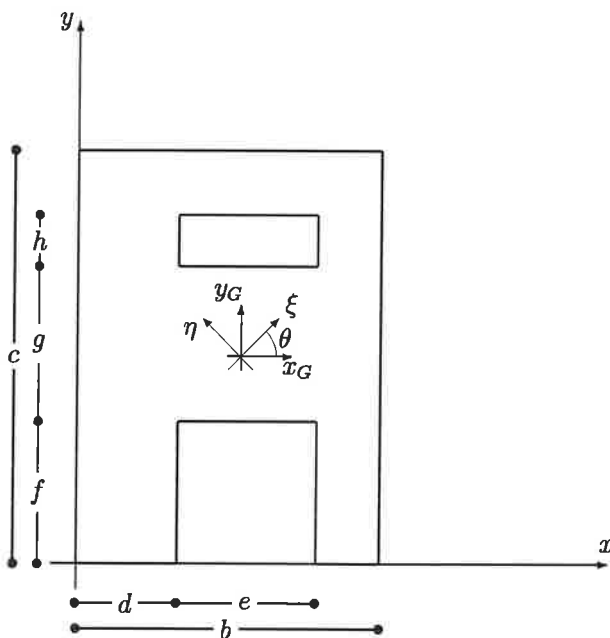
$$u_B = b\delta\varphi_1; v_C = 2b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = -qb^2; u_D = b\delta\varphi_3; v_C = 2b\delta\varphi_2 = 2b\delta\varphi_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 1a$; $e = 2a$; $f = 1a$; $g = 4a$; $h = 1a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



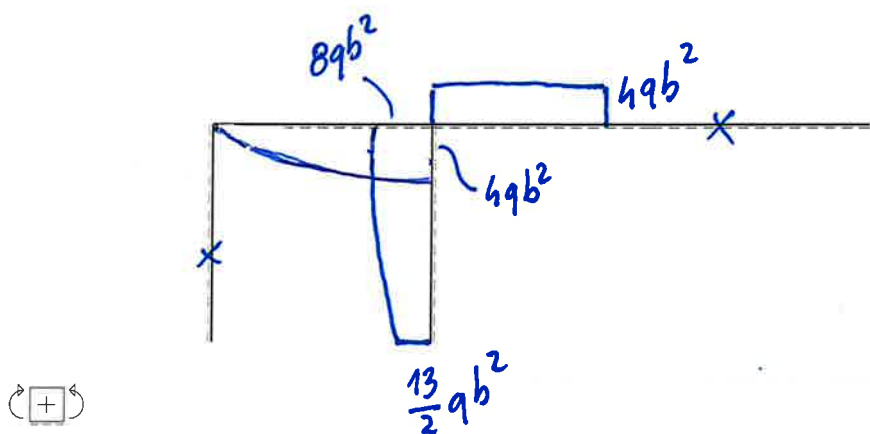
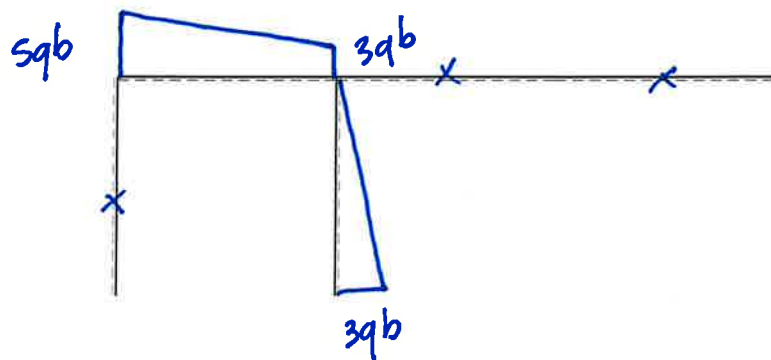
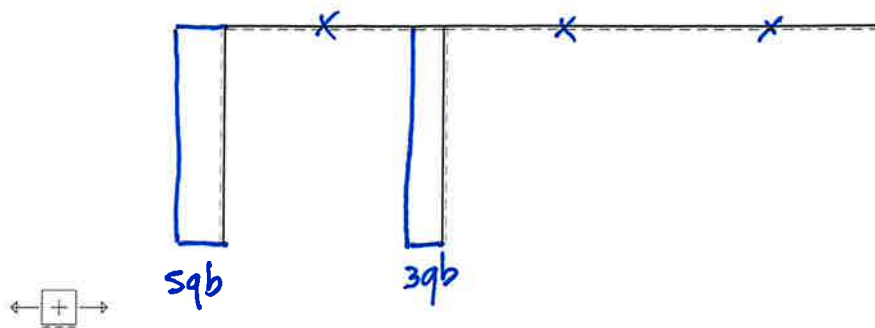
$$S_x = 60a^3; S_y = 40a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{140}{3}a^4 = 46.6667a^4; J_{yG} = \frac{92}{3}a^4 = 30.6667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{140}{3}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{92}{3}a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 0$	$V_E (\uparrow) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = 3qb$	$V_F (\uparrow) = -3qb$	$M_F (\curvearrowright) = \frac{13}{2}qb^2$
$N_{AB} = -sqb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = sqb - 2qx_2$	$M_{BC} = sqbx_2 - qx_2^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = -4qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = 0$	$M_{DE} = 0$		
$N_{FC} = 3qb$	$T_{FC} = -3qb + 3qx_5$	$M_{FC} = -\frac{13}{2}qb^2 - 3qb x_5 + \frac{3}{2}qx_5^2$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 18.07.2023

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

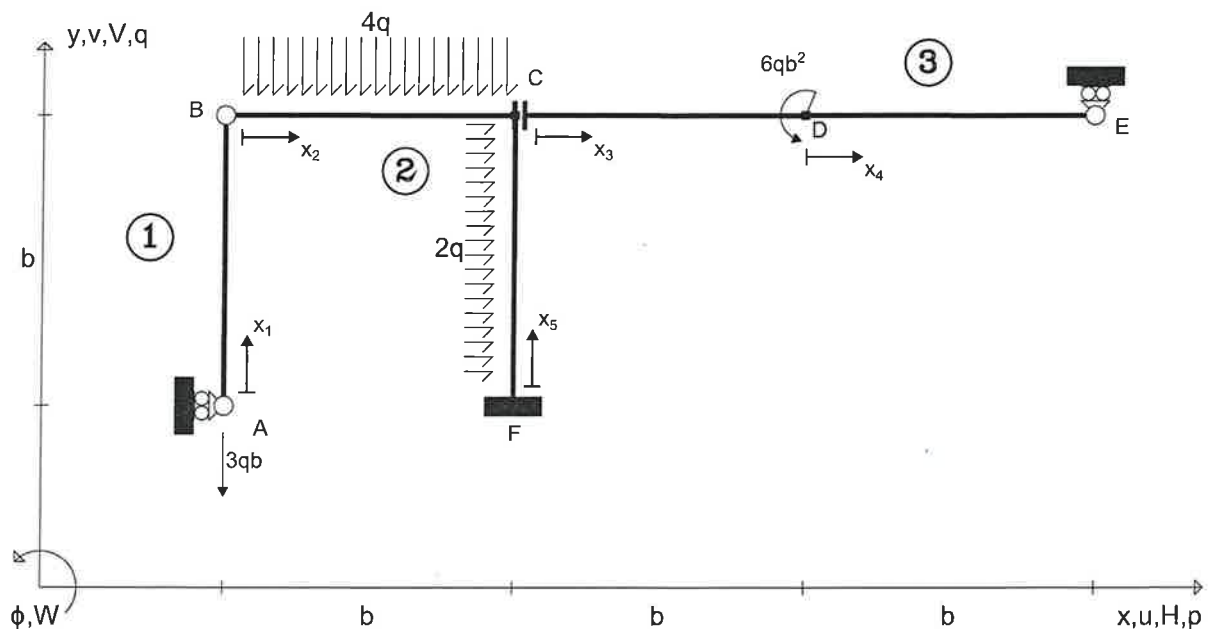
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.07.23*002



Eq. ausiliarie

$$M_z^{(1)}(B) = 0 \quad \text{oppure} \quad M_z^{(2+3)}(B) = 0$$

$$R_y^{(1+2)} = 0 \quad \text{oppure} \quad R_y^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

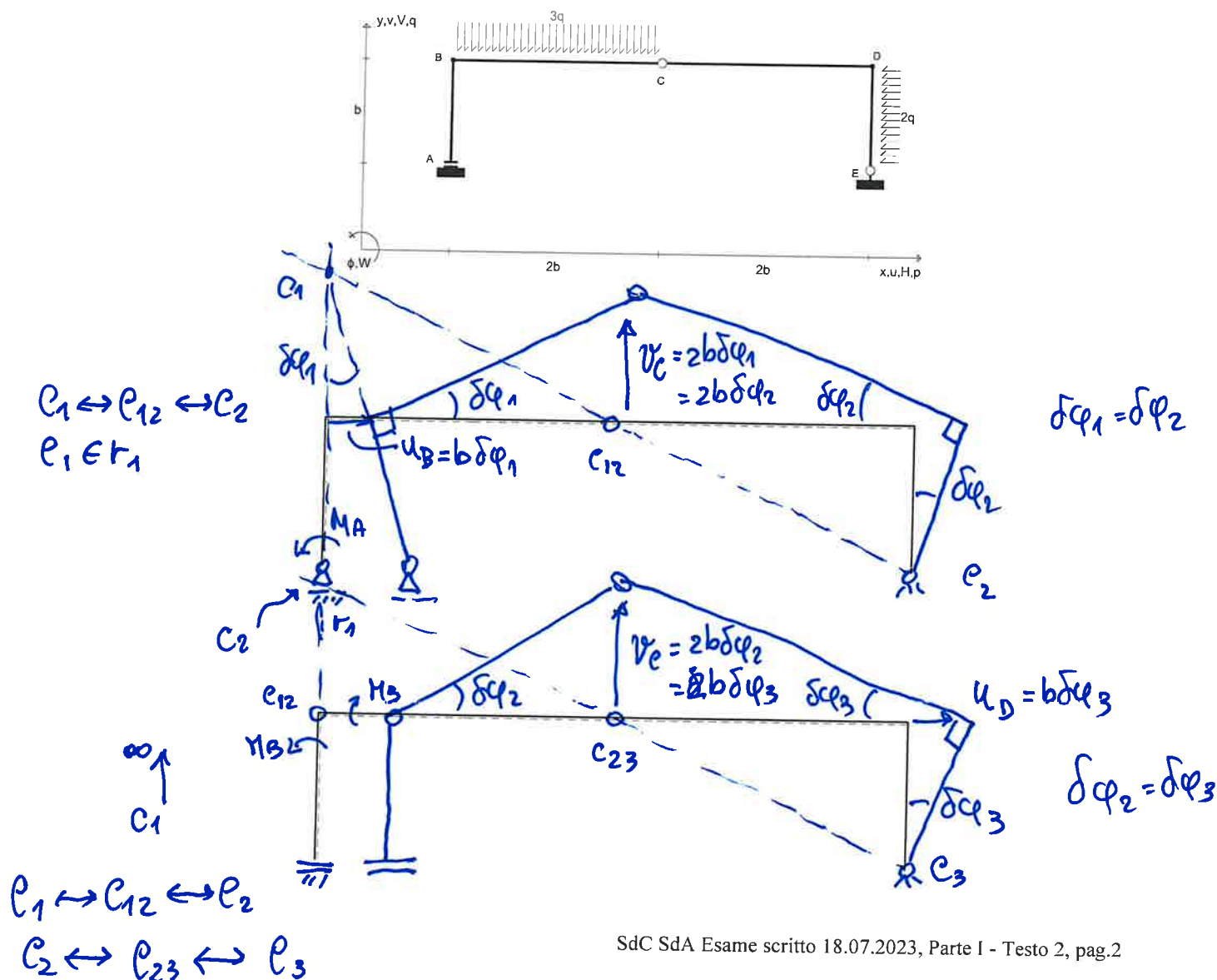
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_A(\varphi) = 79b^2; C_1 = (0, 2b); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (2b, b);$$

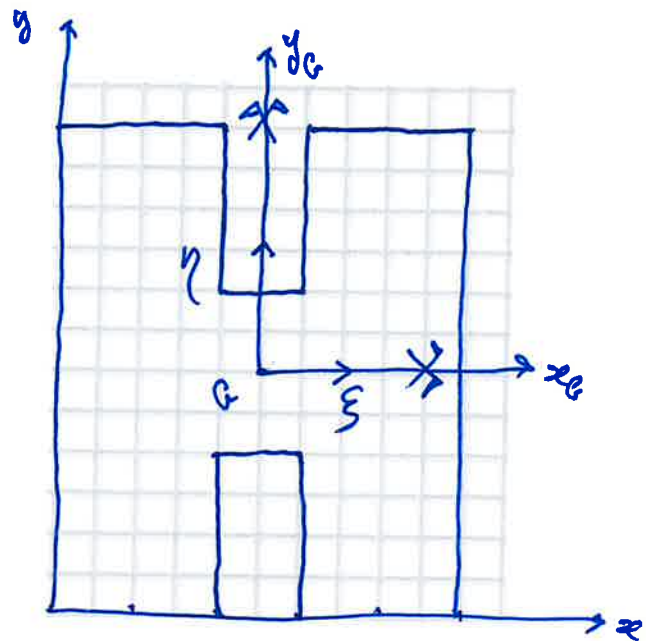
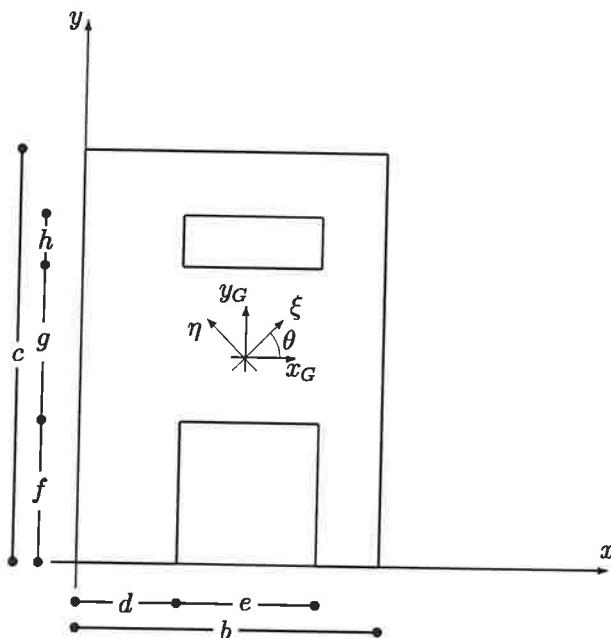
$$u_B = 65\varphi_1; v_C = 265\varphi_1 = 265\varphi_2$$

$$M_B(\varphi) = -79b^2; u_D = 65\varphi_3; v_C = 265\varphi_2 = 265\varphi_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 1a$; $f = 2a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



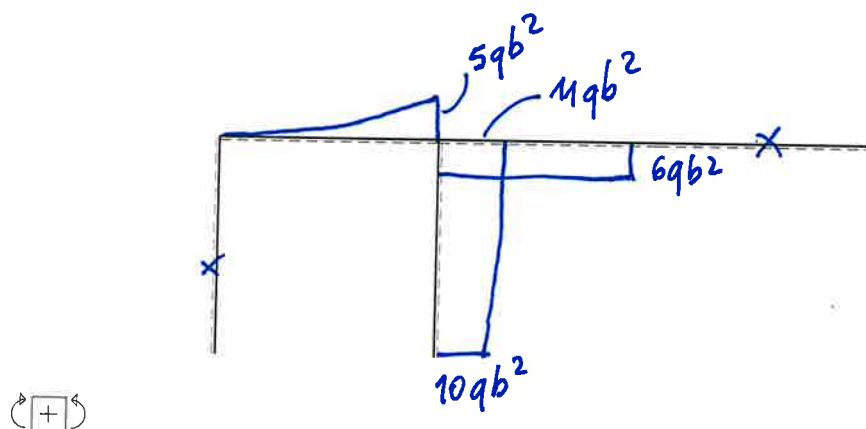
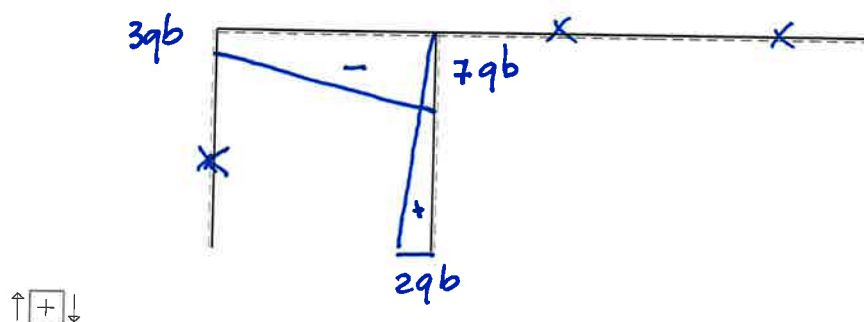
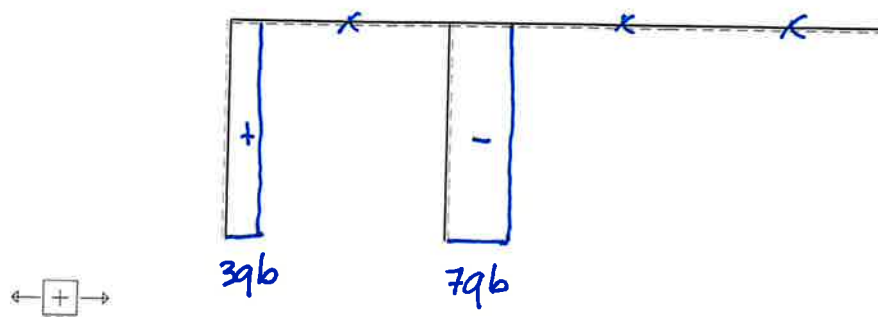
$$S_x = 78a^3; S_y = 65a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 218/3 a^4 = 72.6667a^4; J_{yG} = 373/6 a^4 = 62.1667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 218/3 a^4; J_\eta = J_{\min} = 373/6 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 0$	$V_E (\uparrow) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -2qb$	$V_F (\uparrow) = 7qb$	$M_F (\curvearrowright) = -10qb^2$
$N_{AB} = 3qb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -3qb - 4qx_2$	$M_{BC} = -3qb x_2 - 2q x_2^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 6qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = 0$	$M_{DE} = 0$		
$N_{FC} = -7qb$	$T_{FC} = 2qb - 2qx_5$	$M_{FC} = 10qb^2 + 2qb x_5 - q x_5^2$		